МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Вятский государственный университет»

(ФГБОУ ВО «ВятГУ»)

Факультет автоматики и вычислительной техники

Кафедра ЭВМ

Отчёт

Лабораторная работа №7 по дисциплине

«Математическая логика и теория алгоритмов»

«МЕТОД РЕЗОЛЮЦИЙ»

Вариант 24

Выполнил студент группы ИВТб-1301-04-00 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/Жеребцов К. А.

Проверил преподаватель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/Крутиков А. К.

Киров 2021

*Цель работы:*

Освоить метод логического вывода на основе операции резолюции.

*Задание:*

1. В соответствии с полученным вариантом, выбрать целевое утверждение, выводимость которого будет доказываться.
2. С применением различных стратегий вывода доказать истинность целевого утверждения.
3. Проанализировать эффективность применения различных стратегий.

*Выполнение задания:*

Исходная система

a

a -> b & c & e & f

b -> d & s

c -> r & l

d -> k & (s V i)

e -> (g & r) V j

f -> m & h

g -> i V j V h

h -> o & j & u

i -> n V l V t

j -> n V (u & r)

k -> o V m V u

l -> u

m -> o V n

n -> p

o -> (u V p) & s

p -> u V q

q -> t V r

В качестве целевого высказывания выберем: d = a → h (d=!a V h)

Отрицание исходного высказывания: !d = !(!a V h) по Закону де Моргана преобразовываем и получаем высказывание: !d = a & !h

Преобразуем исходные дизъюнкты:

1. !a V b
2. !a V c
3. !a V e
4. !a V f
5. !b V d
6. !b V s
7. !c V r
8. !c V l
9. !d V k V s
10. !d V k V i
11. !e V r V j
12. !e Vg V j
13. !f V m
14. !f V h
15. !g V i V j V h
16. !h V o
17. !h V j
18. !h V u
19. !i V n V l V t
20. !j V n V u
21. !j V n V r
22. !k V o V m V u
23. !l V u
24. !m V o V n
25. !n V p
26. !o V u V s
27. !o V p V s
28. !p V u V q
29. !q V t V r

***Стратегия насыщения уровней.*** Наиболее простой с идейной точки зрения способ выбора дизъюнктов для получения резольвенты состоит в организации полного перебора возможных вариантов. Этот перебор можно организовать следующим образом. Пусть S0=S – исходное множество дизъюнктов. Будем считать, что S0 упорядочено. Пусть D2 пробегает по порядку множество дизъюнктов S0, начиная со второго. В качестве D1 берем последовательно дизъюнкты из S0, предшествующие D2 начиная с первого, и формируем последовательность S1, состоящее из всевозможных резольвент дизъюнктов D1 и D2. (Порядок на S1 определяется порядком добавления дизъюнктов в S1.) Предположим, что получены последовательности дизъюнктов S0, S1,…,Sn-1 и n>1. Тогда последовательность Sn получается следующим образом. В качестве D2 берутся по порядку дизъюнкты из Sn-1, а в качестве D1 –

дизъюнкты из S0ÈS1È…ÈSn-1, предшествующие D2. Последовательность Sn будет состоять из всевозможных резольвент дизъюнктов D1 и D2. Процесс порождения резольвент прекращается, как только получается пустой дизъюнкт.

Составим множество, состоящее из изначально верных утверждений и отрицания утверждения, которого нужно доказать.

Таким образом пустой дизъюнкт выведен, следовательно, выражение с отрицанием высказывания опровергнуто, а само высказывание доказано.

S0:

1. !a V b
2. !a V c
3. !a V e
4. !a V f
5. !b V d
6. !b V s
7. !c V r
8. !c V l
9. !d V k V s
10. !d V k V i
11. !e V r V j
12. !e Vg V j
13. !f V m
14. !f V h
15. !g V i V j V h
16. !h V o
17. !h V j
18. !h V u
19. !i V n V l V t
20. !j V n V u
21. !j V n V r
22. !k V o V m V u
23. !l V u
24. !m V o V n
25. !n V p
26. !o V u V s
27. !o V p V s
28. !p V u V q
29. !q V t V r
30. a
31. !h

S1:

1. !a V d (1 5)
2. !a V s (1 6)
3. b (1 30)
4. !a V r (2 7)
5. !a V l (2 8)
6. c (2 30)
7. !a V r V j (3 11)
8. !a V g V j (3 12)
9. e (3 30)
10. !a V m (4 13)
11. !a V h (4 14)
12. f (4 30)
13. !b V k V s (5 9)
14. !b V k V i (5 10)
15. !c V u (8 23)
16. !d V o V m V u V s (9 22)
17. !d V o V m V u V i (10 22)
18. !d V k V n V l V t (10 19)
19. !e V r V n V u (11 20)
20. !e V r V n (11 21)
21. !e V i V j V h (12 15)
22. !e Vg V n V u (12 20)
23. !e Vg V n V r (12 21)
24. !f V o V n (13 24)
25. !f V o (14 16)
26. !f V g (14 17)
27. !f V u (14 18)
28. !f (14 31)
29. !g V n V l V t V j V h (15 19)
30. !g V i V n V u V h (15 20)
31. !g V i V n V r V h (15 21)
32. !g V i V j V o (15 16)
33. !g V i V j (15 17)
34. !g V i V j V u (15 18)
35. !g V i V j (15 31)
36. !h V u V s (16 26)
37. !h V p V s (16 27)
38. !h V n V u (17 20)
39. !h V n V r (17 21)
40. !i V p V l V t (19 25)
41. !j V p V u (20 25)
42. !j V p V r (21 25)
43. !k V u V s V m V u (22 26)
44. !k V p V s V m V u (22 27)
45. !k V o V n V u (22 24)
46. !m V u V s V n (24 26)
47. !m V p V s V n (24 27)
48. !m V o V p (24 25)
49. !n V u V q (25 28)
50. !o V u V q V s (27 28)
51. !p V u V t V r (28 29)

S2:

1. d (32 30)
2. !a V k V s (32 9)
3. !a V k V I (32 10)
4. !a V o V m V u V s (32 47)
5. !a V o V m V u V i (32 48)
6. !a V k V n V l V t (32 49)
7. s (33 30)
8. d (34 5)
9. s (34 6)
10. k V s (34 44)
11. k V i (34 45)
12. r (35 30)
13. l (36 30)
14. !a V u (36 23)
15. r (37 7)
16. l (37 8)
17. u (37 46)
18. r V j (38 30)
19. !a V r V n V u (38 20)
20. !a V r V n (38 21)
21. !a V r V p V u (38 72)
22. !a V r V p (38 73)
23. g V j (39 30)
24. !a V i V j V h (39 15)
25. !a V n V l V t V j V h (39 60)
26. !a V i V n V u V h V j (39 61)
27. !a V i V n V r V h V j (39 62)
28. !a V i V j V o (39 63)
29. !a V i V j (39 64)
30. !a V i V j V u (39 65)
31. !a V i V j (39 66)
32. !a V g V n V u (39 20)
33. !a V g V r (39 21)
34. !a V g V p V u (39 72)
35. !a V g V p V r (39 73)
36. r V j (40 11)
37. g V j (40 12)
38. r V n V u (40 50)
39. r V n (40 51)
40. i V j V h (40 52)
41. g V n V u (40 53)
42. g V n V r (40 54)
43. m (41 30)
44. !a V o V n (41 24)
45. !a V u V s V n (41 77)
46. !a V p V s V n (41 78)
47. !a V o V p (41 79)
48. h (42 30)
49. !a (42 31)
50. !a V u V s (42 67)
51. !a V p V s (42 68)
52. !a V n V u (42 69)
53. !a V n V r (42 70)
54. m (43 13)
55. h (43 14)
56. o V n (43 55)
57. o (43 56)
58. g (43 57)
59. u (43 58)
60. 0 (43 59)

Таким образом пустой дизъюнкт выведен, следовательно, выражение с отрицанием высказывания опровергнуто, а само высказывание доказано.

***Стратегия предпочтения (более коротких дизъюнктов)****.* Эта стратегия является следующей модификацией предыдущей: сначала в качестве D2 берется самый короткий дизъюнкт из Sn-1 (если таких несколько, то они перебираются по порядку), затем более длинные и т.д. Аналогичные условия налагаются и на D1.

Составим множество, состоящее из изначально верных утверждений и отрицания утверждения, которого нужно доказать.

S0:

1. !a V b
2. !a V c
3. !a V e
4. !a V f
5. !b V d
6. !b V s
7. !c V r
8. !c V l
9. !d V k V s
10. !d V k V i
11. !e V r V j
12. !e Vg V j
13. !f V m
14. !f V h
15. !g V i V j V h
16. !h V o
17. !h V j
18. !h V u
19. !i V n V l V t
20. !j V n V u
21. !j V n V r
22. !k V o V m V u
23. !l V u
24. !m V o V n
25. !n V p
26. !o V u V s
27. !o V p V s
28. !p V u V q
29. !q V t V r
30. a
31. !h

S1:

1. b (30 1)
2. c (30 2)
3. e (30 3)
4. f (30 4)
5. !f (31 14)
6. !a V d (1 5)
7. !a V s (1 6)
8. !a V r (2 7)
9. !a V l (2 8)
10. !n V u V q (25 28)
11. !a V r V j (3 11)
12. !a Vg V j (3 12)
13. !a V m (4 13)
14. !a V h (4 14)
15. !a V d (5 1)
16. !a V s (6 1)
17. !c V u (8 23)
18. !f V o (14 16)
19. !f V j (14 17)
20. !f V u (14 18)
21. !f V o V n (24 13)
22. !n V u V q (25 28)
23. !b V k V s (9 5)
24. !b V k V i (10 5)
25. !h V n V u (20 17)
26. !j V p V u (20 25)
27. !h V n V r (21 17)
28. !h V p V r (21 25)
29. !f V o V n (24 13)
30. !m V o V p (24 25)
31. !h V u V s (26 16)
32. !h V p V s (27 16)
33. !p V u V t V r (29 28)

S2:

1. d (32 5)
2. s (32 6)
3. r (33 7)
4. l (33 8)
5. u (33 48)
6. r V j (34 11)
7. g V j (34 12)
8. 0 (34 36)

Таким образом пустой дизъюнкт выведен, следовательно, выражение с отрицанием высказывания опровергнуто, а само высказывание доказано.

***Стратегия вычеркивания***, как и стратегия предпочтения является модификацией стратегии насыщения уровней. Она применяется следующим образом: после того, как получена очередная резольвента D дизъюнктов D1 и D2 проверяется, является ли она тождественно истинной формулой или расширением некоторого дизъюнкта C из S0È...ÈSn-1, и в случае положительного ответа D вычеркивается, т.е. не заносится в последовательность Sn.

S0:

1. !a V b
2. !a V c
3. !a V e
4. !a V f
5. !b V d
6. !b V s
7. !c V r
8. !c V l
9. !d V k V s
10. !d V k V i
11. !e V r V j
12. !e Vg V j
13. !f V m
14. !f V h
15. !g V i V j V h
16. !h V o
17. !h V j
18. !h V u
19. !i V n V l V t
20. !j V n V u
21. !j V n V r
22. !k V o V m V u
23. !l V u
24. !m V o V n
25. !n V p
26. !o V u V s
27. !o V p V s
28. !p V u V q
29. !q V t V r
30. a
31. !h

S1:

1. !a V d (1 5)
2. !a V s (1 6)
3. b (1 30)
4. !a V r (2 7)
5. !a V l (2 8)
6. c (2 30)
7. !a V r V j (3 11)
8. !a V g V j (3 12)
9. e (3 30)
10. !a V m (4 13)
11. !a V h (4 14)
12. f (4 30)
13. !b V k V s (5 9)
14. !b V k V i (5 10)
15. !c V u (8 23)
16. !d V o V m V u V s (9 22)
17. !d V o V m V u V i (10 22)
18. !d V k V n V l V t (10 19)
19. !e V r V n V u (11 20)
20. !e V r V n (11 21)
21. !e V i V j V h (12 15)
22. !e Vg V n V u (12 20)
23. !e Vg V n V r (12 21)
24. !f V o V n (13 24)
25. !f V o (14 16)
26. !f V g (14 17)
27. !f V u (14 18)
28. !f (14 31)
29. !g V n V l V t V j V h (15 19)
30. !g V i V n V u V h (15 20)
31. !g V i V n V r V h (15 21)
32. !g V i V j V o (15 16)
33. !g V i V j (15 17)
34. !g V i V j V u (15 18)
35. !g V i V j (15 31)
36. !h V u V s (16 26)
37. !h V p V s (16 27)
38. !h V n V u (17 20)
39. !h V n V r (17 21)
40. !i V p V l V t (19 25)
41. !j V p V u (20 25)
42. !j V p V r (21 25)
43. !k V u V s V m V u (22 26)
44. !k V p V s V m V u (22 27)
45. !k V o V n V u (22 24)
46. !m V u V s V n (24 26)
47. !m V p V s V n (24 27)
48. !m V o V p (24 25)
49. !n V u V q (25 28)
50. !o V u V q V s (27 28)
51. !p V u V t V r (28 29)

S2:

1. d (32 30)
2. !a V k V i (32 10)
3. s (33 30)
4. d (34 5)
5. s (34 6)
6. k V s (34 44)
7. k V i (34 45)
8. r (35 30)
9. l (36 30)
10. !a V u (36 23)
11. r (37 7)
12. l (37 8)
13. u (37 46)
14. r V j (38 30)
15. g V j (39 30)
16. !a V i V j V o (39 63)
17. !a V i V j (39 64)
18. !a V i V j V u (39 65)
19. !a V i V j (39 66)
20. !a V g V n V u (39 20)
21. !a V g V p V u (39 72
22. r V j (40 11)
23. g V j (40 12)
24. r V n V u (40 50)
25. r V n (40 51)
26. i V j V h (40 52)
27. g V n V u (40 53)
28. g V n V r (40 54)
29. m (41 30)
30. !a V o V n (41 24)
31. !a V u V s V n (41 77)
32. !a V p V s V n (41 78)
33. !a V o V p (41 79)
34. h (42 30)
35. !a (42 31)
36. !a V u V s (42 67)
37. !a V p V s (42 68)
38. !a V n V u (42 69)
39. m (43 13)
40. h (43 14)
41. o V n (43 55)
42. o (43 56)
43. g (43 57)
44. u (43 58)
45. 0 (43 59)

Таким образом пустой дизъюнкт выведен, следовательно, выражение с отрицанием высказывания опровергнуто, а само высказывание доказано.

***Стратегия линейного вывода.*** Выбирается некоторое утверждение из исходного множества, применяется к нему и к другому утверждению правило резолюции, получаем резольвенту. К полученной резольвенте и какому-либо другому дизъюнкту опять применяется правило резолюции, получаем следующее высказывание, и т. д. На каждом этапе построения доказательства одно из высказываний — это только что полученное в результате применения правила резолюции утверждение. Процесс повторяется до тех пор, пока не будет получен тождественно ложный дизъюнкт.

S0:

1. !a V b
2. !a V c
3. !a V e
4. !a V f
5. !b V d
6. !b V s
7. !c V r
8. !c V l
9. !d V k V s
10. !d V k V i
11. !e V r V j
12. !e Vg V j
13. !f V m
14. !f V h
15. !g V i V j V h
16. !h V o
17. !h V j
18. !h V u
19. !i V n V l V t
20. !j V n V u
21. !j V n V r
22. !k V o V m V u
23. !l V u
24. !m V o V n
25. !n V p
26. !o V u V s
27. !o V p V s
28. !p V u V q
29. !q V t V r
30. a
31. !h

S1:

1. f (4 30)
2. h (32 14)
3. 0 (33 31)

Таким образом пустой дизъюнкт выведен, следовательно, выражение с отрицанием высказывания опровергнуто, а само высказывание доказано.

*Вывод:*

В данной лабораторной работе был освоен метод логического вывода на основе операции резолюции с использованием четырех различных стратегий.

Стратегия насыщения уровня является самой простой стратегией, но требует полного перебора всех возможных резольвент, из-за чего порождаются тавтологии и повторяющиеся дизъюнкты. Из-за полного перебора всех вариантов требует большого количества времени.

Стратегия предпочтения дает более короткий вывод за счет преимущественного использования более коротких дизъюнктов, но также содержит лишние.

Стратегия вычеркивания позволяет избавиться от лишних дизъюнктов, но это требует при каждом слиянии дополнительных сравнений с предыдущими дизъюнктами. Эта стратегия так же не избавляет от полного перебора, что занимает большое количество времени.

В линейной резолюции новая резольвента получается из только что полученной и одного из исходных дизъюнктов, что позволяет избежать перебора всех возможных резольвент и значительно сокращает количество слияний